

## Criticism of the “vectoralists” Burali-Forti and Boggio to General Relativity

Pietro Di Mauro<sup>1</sup> - Liceo Scientifico Statale “E. Fermi”, Paternò (CT) -  
pietro.dimauro@istruzione.it

Angelo Pagano<sup>2</sup> - I.N.F.N. & Dipartimento di Fisica e Astronomia dell’Università di Catania - angelo.pagano@ct.infn.it

*Abstract:* Cesare Burali-Forti and Tommaso Boggio published in 1924 an interesting book about the so-called “absolute” vector calculus. The work exhibits and extends the mathematical methods of linear transformations in multidimensional space with the aim of elucidating the mathematical nature of a “curved space”. The book makes explicit reference to a wide criticism of general relativity. The arguments of the authors are twofold. On one hand they stress the necessity of an absolute algebra avoiding any specific coordinate systems, their method operating with absolute entities such as vectors and linear transformations. On the other hand they produce a severe criticism to Einstein’s General Relativity.

*Keywords:* Burali-Forti, Boggio, General Relativity, curved space.

### Introduzione

Nella biografia del matematico torinese Giuseppe Peano scritta da Kennedy (1983) si legge:<sup>3</sup>

Prima del congresso di Torino, Peano partecipò ad un altro congresso: il Congresso internazionale di filosofia a Napoli (5-9 maggio 1924). Uno dei temi principali era la teoria della relatività, e ad esso furono dedicati due giorni. Peano aveva scarsa conoscenza dell’argomento ma partecipò alla discussione per annunciare la pubblicazione, nel corso dell’anno, del volume degli amici Boggio e Burali-Forti, che conteneva appunto critiche alla teoria (Kennedy 1983, p. 214).

I fisico-matematici e storici di logica matematica e fisica, Boggio e Burali-Forti, erano due esponenti importanti di quella che possiamo definire scuola di Peano. In genere

---

<sup>1</sup> Also at I.N.F.N. - Sezione di Catania; Associazione Culturale “Salvatore Notarigo”- La Scuola Italiana.

<sup>2</sup> Also at Associazione Culturale “Salvatore Notarigo”- La Scuola Italiana; Accademia degli Zelanti e dei Dafnici di Acireale.

<sup>3</sup> Gli atti dell’interessante Congresso internazionale cui si accenna sono stati pubblicati a Napoli da Perella nel 1925. Vedi URL: <<https://www.pdcnet.org/wcp5>> [data di accesso: 30/4/2017].

s'indicano con il nome di "vettorialisti". I loro contributi al calcolo vettoriale e alla teoria delle trasformazioni lineari sono stati immensi, e non solo in Italia.

Notiamo che non tutti i "peaniani", se così possiamo dire, la pensavano allo stesso modo: per esempio, il dottissimo fisico matematico Roberto Marcolongo si dissociava dai giudizi negativi nei confronti della nuova teoria che anzi aveva accettato (Marcolongo 1921).

L'opera di "critica alla relatività", cui accennò il Peano, fu in breve pubblicata (Burali-Forti, Boggio 1924).

## 2. Dall'assoluto al relativo

Nei secoli XVIII e XIX si sviluppò un potente formalismo per lo studio della meccanica e dell'astronomia che stimolò analoghi sforzi in altre discipline (Amata, Notarrigo 1987). Ricordiamo, per la fisica, tra tanti, i nomi di Laplace, D'Alembert, Jacobi, Hamilton, Boltzmann, Hertz.

Le idee essenziali (o paradigma classico) che avevano alimentato tale ricerca approdarono al determinismo (assoluto). Il "caso" è apparenza e pertanto è necessario sviluppare un calcolo delle probabilità.<sup>4</sup> La meccanica newtoniana trovava uno sbocco naturale nello studio e nella comprensione dei moti dei corpi celesti e la sperimentazione nei laboratori terrestri era dominata da ricerche di elettromagnetismo, di chimica e di fisica atomica e (a partire dal primo Novecento del secondo millennio) nucleare (Aston 1922).

I primi problemi per una comprensione meccanica di tutti i fenomeni naturali vengono dal campo dell'elettromagnetismo.

Dagli esperimenti di Hertz fu manifesto che i fenomeni elettromagnetici potevano essere descritti con l'apparato matematico delle equazioni di Maxwell per il campo elettromagnetico (Hertz 1962). Allo stesso modo si pensava di individuare la natura della luce come una perturbazione elettromagnetica.

Seguendo l'analogia meccanica (onde acustiche, onde marine, ecc.), il campo elettromagnetico veniva descritto con un "modello" di oscillazioni di un etere. L'ipotesi alternativa che la luce fosse costituita da corpuscoli era stata sostenuta (Newton 1979), si dice, da Newton. In meccanica, l'ipotesi di un etere è inutile, poiché le leggi sulle quali essa si fonda, presuppongono solo i concetti di materia e vuoto (Newton 1965).

Tuttavia, molti sforzi di valenti sperimentatori furono orientati verso esperimenti che mettessero in evidenza la presenza dell'etere. Tra tutte queste esperienze si suole citare quella di Michelson e Morley (1887). Secondo l'interpretazione usuale, l'esperienza di Michelson mise in evidenza un "effetto nullo" e dunque la contraddittorietà del concetto di etere. A quel tempo esperienze del tipo di Michelson

---

<sup>4</sup> «A parler en rigueur, presque toutes nos connaissances ne sont que probables; et dans le petit nombre des choses que nous pouvons savoir avec certitude, dans les science mathématiques elles-mêmes, les principaux moyens de parvenir a la vérité, l'induction et l'analogie, se fondent sur les probabilités; en sorte que le système entier des connaissances humaines se rattache a la théorie exposée dans cet essai» (Laplace 1995, p. v). Vedi anche il breve saggio (Pagano 2003).

furono considerate come decisive per la non esistenza dell'etere, benché eminenti scienziati, anche in Italia, criticarono decisamente questa ultima interpretazione.<sup>5</sup> Oggi, la complessa questione appare tutt'altro che semplice (Di Mauro, Notarrigo, Pagano 1997; Consoli, Pluchino 2017).

Comunque stiano le cose dal punto di vista sperimentale, a nostro parere gli esperimenti in questione erano viziati dal pregiudizio che i fenomeni elettromagnetici dovessero essere prodotti da vibrazioni di qualcosa di interposto tra sorgente e rivelatore (Bridgman 1977).

Il lavoro di Einstein trova un terreno reso fertilissimo dalle ricerche dei vari Lorentz, Poincaré, Mach e altri.

Assai rilevante sono da ritenere i contributi di Lorentz e Poincaré.

Nel 1905 Poincaré<sup>6</sup> amplia le ricerche di Lorentz e determina il gruppo delle trasformazioni rispetto alle quali le equazioni dell'elettrodinamica risultano invarianti in forma.

Il problema della ricerca delle trasformazioni che rendono invarianti in forma le “leggi naturali” (covarianza delle equazioni) sarà una delle principali ragioni ispiratrici del lavoro di Einstein che, nel suo famoso articolo del 1905 (relatività speciale), sostituisce ai postulati “inverificabili” della meccanica due assiomi ritenuti empiricamente “verificabili” (Einstein 1905), soddisfacendo in pieno le esigenze della filosofia del Mach: *Il Principio di relatività [detto di Galilei] dei sistemi inerziali anche nell'ambito dell'elettromagnetismo* e *Il Principio di invarianza della misura della velocità della luce nello spazio “vuoto”*.

In questo suo primo lavoro egli cancella l'etere e con esso ogni riferimento al “tempo assoluto” di Newton. Le tesi di spazio e tempo “relativi” divennero dominanti nel lavoro del 1916, che tratta della relatività generale (Einstein 1916).

Dopo queste necessarie premesse, nel seguito esporremo la critica di Boggio e Burali-Forti alla relatività einsteiniana (statica).

### 3. Geometria e fisica degli spazi curvi: la critica

I nostri due autori Boggio e Burali Forti (BB), già prima della pubblicazione della critica alla relatività esposta in (Burali-Forti, Boggio 1924) (che nel seguito indicheremo con la sigla EC), avevano scritto un'opera di meccanica razionale (Burali-Forti, Boggio 1921), che nel seguito indicheremo con la sigla MR, in cui si chiarisce il loro programma di ricerca:

La meccanica generale viene da noi trattata ed ordinata in modo alquanto diverso dall'usuale. [...] Dei moti relativi (cfr. Cap. IV) ne diamo soltanto un cenno: perché, realizzando un'idea generale più volte espressa, e parzialmente applicata in precedenti nostri lavori, trattiamo tutta la meccanica non facendo uso dei

<sup>5</sup> È degno di nota che tra le critiche più serie e fondamentali all'interpretazione originaria dell'esperimento di Michelson e Morley troviamo quella del bolognese Augusto Righi (1919). Vedi (Di Mauro 1991).

<sup>6</sup> Vedi ad esempio (Poincaré 1906).

moti relativi [...] È naturale che i moti relativi, dovuti esclusivamente all'introduzione di assi coordinati fissi e mobili, spariscano con lo sparire di questi; ed è pure naturale che bastino i vettori che, come enti assoluti, non hanno bisogno di elementi di riferimento (assi) per trattare le proprietà meccaniche, che sono tutte di natura assoluta. Nello stesso modo, aboliti gli assi, non vi è più bisogno di considerare invarianti, covarianti, [...] enti dovuti esclusivamente all'introduzione di arbitrari elementi di riferimento, che nulla hanno a che fare con gli enti assoluti che si studiano (Burali-Forti, Boggio 1921).

La pubblicazione dell'opera di MR provocò non poche polemiche e, a causa di ciò, gli autori intervennero ulteriormente sull'argomento con la pubblicazione di un eccellente saggio dal titolo *Moti Relativi e Pendolo di Foucault* (Burali-Forti, Boggio 1922).

A questo punto, chiarite le intenzioni e il programma di ricerca degli autori, riportiamo solo dei cenni delle loro critiche della relatività speciale e generale ("statica einsteiniana" o geometria degli "spazi curvi"). Naturalmente in tali critiche non furono i soli; basti pensare che la rivista "*Scientia*" nel 1923 promosse un interessantissimo dibattito tra eminenti studiosi intorno alla nuova teoria. L'opera EC si compone di due parti. Nella prima parte gli autori espongono i metodi di calcolo vettoriale assoluto ed omografico esteso a spazi  $n$ -dimensionali.<sup>7</sup> Nella seconda parte dell'opera si critica la relatività.

Il "calcolo assoluto senza coordinate" viene contrapposto polemicamente al "calcolo assoluto con coordinate" che, partendo da certi problemi posti da Christoffel e da Riemann, ebbe anche un brillante sviluppo in Italia, specialmente ad opera di Bianchi, di Palatini, di Ricci e Levi-Civita e di altri.

Gli autori mostrano come, in ogni caso, il metodo vettoriale (senza coordinate) è non meno potente di quello con coordinate e ne sviluppano completamente e chiaramente le tecniche di calcolo.

Sin qui si è detto della matematica usata dagli autori BB. Passiamo ora alla fisica che, com'è noto, non può essere arbitrariamente scissa dalla matematica e dalla filosofia. Nel parlare di fisica, si è immediatamente condotti a considerare quello che BB chiamano l'"aspetto empirico sperimentale". Esaminiamo un poco più da vicino la questione.

Sulla relatività particolare di Einstein (speciale), BB si limitano a riportare le critiche del Somigliana, di cui ci siamo occupati in una precedente nota (Di Mauro, Pagano 2016).

In sintesi, il Somigliana mostra che le "presunte prove" in favore della relatività non erano e non potevano essere considerate come "prove" contro la teoria classica di Newton, per la semplice ragione che era sempre possibile costruire un modello classico (newtoniano) compatibile con i risultati sperimentali stessi. Ecco, una prima ed importante osservazione: l'equazione d'onda non è tipica dei fenomeni elettromagnetici! Essa, invece, è ben nota ai meccanici che se ne erano già serviti da

<sup>7</sup> Oltre gli autori Boggio e Burali Forti, si notano, in aggiunta al caposcuola Peano, gli studiosi: Burgatti, Marcolongo, Pensa, Bottasso e altri.

qualche tempo, anche per spiegare completamente l'effetto Doppler, come fece il Voigt (1887).

Ecco la domanda degli autori BB: è lecito cambiare le leggi del moto dei punti materiali a causa di certe proprietà di trasformazione dell'equazione d'onda di D'Alembert? La risposta degli autori, che noi sposiamo in pieno, è chiara: assolutamente no!

Passiamo ora a esaminare le famose “prove storiche” in favore della teoria einsteiniana della relatività generale, prese in esame dai nostri autori (BB). Esse sono le tre principali:

1. lo spostamento verso il rosso delle “righe” di emissione dello spettro solare;
2. l'anomalia del moto del perielio di Mercurio;
3. l'incurvamento dei raggi luminosi nel passaggio vicino ad una grande massa gravitazionale.

Esula dagli scopi che ci siamo prefissi il parlare in dettaglio di questi effetti, come del resto fanno BB, che sono ampiamente discussi in molti libri anche a carattere divulgativo (Sciama 1979). Ci limiteremo solo ad alcune osservazioni contenute nel loro libro.

Per quanto riguarda gli effetti 1 e 3, BB si avvalgono ampiamente del lavoro del Fabbry, illustre fisico sperimentale dell'epoca. Il Fabbry fa osservare che spostamenti verso il rosso (come anche spostamenti verso il blu) erano stati osservati da tempo anche in laboratorio, prima ancora dell'avvento della relatività generale. Dei fatti osservati si davano differenti interpretazioni: effetto Doppler, pressione, effetto magnetico ed altri ancora. Ma oltre a questi, egli richiama l'attenzione su un effetto poco noto, in base al quale lo spettro luminoso si dispone diversamente, rispetto ad uno spettro di riferimento, a seconda che la luce provenga dal centro o dai bordi del disco solare. In base a queste interessantissime argomentazioni sperimentali, il Fabbry (1923) concludeva cautamente che, prima di tirare conclusioni in merito a presunti effetti relativistici, sarebbe stato necessario considerare il contributo alla misura di tutti quegli effetti già noti, sui quali la relatività non riesce a dare nessuna stima né quantitativa né qualitativa!

Un'altra conseguenza della relatività generale è che la luce, in analogia a quanto succede per un proiettile lanciato entro il campo gravitazionale della terra, dovrebbe “incurvarsi” quando passa vicino a una sorgente di campo gravitazionale, come per esempio la Terra o il Sole.

Un tal effetto si può misurare nel caso della luce che, proveniente dalle stelle, passa vicino al Sole in condizione di eclisse. Ma, anche in questo caso bisognerebbe considerare con molta cura un altro effetto, molto noto, come quello della rifrazione, che consiste nella deviazione del raggio luminoso nel passaggio da un mezzo ad un altro.

Seguendo le osservazioni di BB, a questo proposito, prima di tirare conclusioni affrettate, sarebbe opportuno conoscere in ogni dettaglio lo spazio effettivamente attraversato dal raggio luminoso e, in particolare, l'estensione e la densità dell'atmosfera solare, nonché la sua temperatura locale e composizione chimica.

Secondo le nostre conoscenze sull'argomento, la critica di BB appare sostanzialmente corretta, e oggi quelle prove astronomiche non sono più considerate come probanti.<sup>8</sup>

Tuttavia, ci si chiede: esistono indizi in favore della relatività generale che riguardino il moto dei corpi materiali? La situazione anche in questo caso è molto complessa (ci limitiamo qui solo alle osservazioni contenute nell'opera citata e non consideriamo le recenti osservazioni sulle *onde gravitazionali*, delle quali ci occuperemo in sede separata).

Si può dire che eventuali indizi possono essere trovati solo su scala astronomica; anche perché i fenomeni della microfisica sono descritti attualmente da leggi fisiche la cui formulazione (relatività speciale e meccanica quantistica) è indipendente dalla relatività generale.

Tuttavia, anche su scala astronomica, la meccanica celeste del Newton riesce a spiegare il moto dei corpi con una tale accuratezza da non richiedere l'uso della relatività generale.<sup>9</sup> Comunque, è opinione comune che vi sia un fatto riguardante il moto del pianeta Mercurio (praticamente l'unico) che non è spiegabile interamente con la meccanica di Newton, ma sarebbe spiegabile, invece, con la relatività generale.

Il fatto è noto come "anomalia del moto del perielio di Mercurio".

Le Verrier nel 1859 notò che la traiettoria di Mercurio attorno al Sole non era un'ellisse ma una curva più complessa. In breve, se si considera il vettore che congiunge il Sole con il punto in cui il pianeta Mercurio gli si avvicina al massimo (perielio), si osserva che tale vettore, spostandosi nel tempo, spazza un certo angolo che si può misurare. Le misure più recenti danno un valore di circa 5601 secondi d'arco per secolo, di cui 5026" sono dovuti al moto del sistema di coordinate, per cui l'effettivo moto "assoluto" del perielio di Mercurio relativo al Sole, risulta, dopo tale sottrazione, di 575".

In linea teorica, è possibile spiegare questo fatto con le leggi del moto di Newton. Tuttavia, nel fare ciò, ci si scontra con il più grande problema della meccanica (e non solo di quella classica ma anche di quella relativistica e di quella quantistica) che va sotto il nome di *problema dei molti corpi* (Marcolongo 1914).

Nel caso del nostro sistema solare, il problema consiste nel determinare il moto dei pianeti sapendo che tra essi, e tra ognuno di essi ed il Sole, vi è attrazione gravitazionale. Il problema non è analiticamente risolubile, per cui bisogna utilizzare il metodo delle *perturbazioni* che dà una soluzione approssimata del problema. Con tale metodo, si studia dapprima il moto ellittico di un pianeta nel campo gravitazionale del Sole e si introducono, successivamente, le interazioni degli

<sup>8</sup> In particolare per la relatività generale si consideri l'opinione espressa dal Bergmann: «Today's prevailing theory of gravitation, the general theory of relativity, did not grow out of any failure of Newton's equations (though it explains the one slight discrepancy on Mercury's orbit, which had been discovered in mid-nineteenth century) but resulted from an attempt to reconcile the two contradictory sets of notions of space and time appropriate to Newton's theories and to an account of electromagnetic phenomena, respectively» (Bunge 1971, p. 49).

<sup>9</sup> «Relativity, because its dynamical effects for sizable bodies in the solar system appear to be so small as to be in practice nearly always negligible, has not been considered» (Stern 1960).

altri pianeti per approssimazioni successive. Allo stesso modo vengono introdotte le correzioni dovute alle dimensioni e alla forma del Sole.

Nel caso di Mercurio sono state considerate le perturbazioni dovute a Venere, Terra, Marte, Giove, Saturno, Urano, Nettuno e lo schiacciamento ai poli del Sole. Si perviene al valore di 532". Per questo il disaccordo tra dato sperimentale e modello teorico è di soli  $(42.9 \pm 0.2)''$ . Questo risultato numerico è di per sé spettacolare. Vediamo invece come vanno le cose sul versante dei calcoli effettuati con la relatività generale. Anche qui è possibile risolvere il problema dei due corpi (pianeta e Sole),<sup>10</sup> e la soluzione è una curva aperta simile a una ellisse con spostamento dell'asse di perielio che darebbe il valore di 42". Si ragiona così. Se al valore di 532" che proviene dalle perturbazioni classiche si aggiunge il valore 42" dato dal calcolo relativistico (dei due corpi), otteniamo il valore sperimentale: quindi la relatività generale spiegherebbe il dato sperimentale aggiungendo un contributo non presente nella teoria classica. Francamente ci è impossibile accettare questa spiegazione (concordando con gli autori BB).

Ma siamo sicuri che il calcolo classico tenga conto di tutte le correzioni rilevanti e che i parametri usati siano quelli giusti? E siamo sicuri che quando le perturbazioni fossero introdotte direttamente nel calcolo relativistico, invece che ottenerle per sottrazione, si otterrebbe di nuovo il valore sperimentale?

Alla prima domanda si risponde, generalmente, dicendo che le approssimazioni fatte vanno bene per gli altri pianeti; purtroppo capita che l'orbita di Mercurio sia la più allungata di tutti gli altri pianeti, ed è per questo che lo spostamento del suo perielio è più sensibile; per di più è il più vicino al Sole e l'interazione elettromagnetica tra i due corpi potrebbe essere non trascurabile per effetti percentualmente così piccoli.

Alla seconda domanda, generalmente, non si risponde; almeno, da quanto è emerso dalle nostre letture: nessuno se la pone più.

Lasciamo, tuttavia, il campo empirico-sperimentale della relatività speciale e vediamo in che cosa consiste la critica di carattere logico che BB muovono alla relatività generale.

Si parla spesso di spazio-tempo relativistico come l'*arena* in cui avvengono i fenomeni fisici. Ma i nostri autori formulano la seguente domanda: lo spazio-tempo einsteiniano è una *realtà fisica*, oppure esso è da considerare come un semplice *modello matematico* tra i molti equivalenti che possono descrivere la stessa *realtà fisica*?

In questa luce, la domanda degli autori si deve tradurre: le misure effettuate dai vari osservatori sono la *realtà fisica*? Se si risponde affermativamente, si avrebbe una realtà diversa per ogni osservatore. Se assumiamo invece che esiste una *realtà fisica* indipendente dalle misure dei singoli osservatori, queste misure verrebbero a essere solo *apparenza*. Gli autori mettono in campo alcune considerazioni di ordine logico e matematico.

Essi, per prima cosa, sviluppano il loro discorso in uno spazio astratto euclideo a  $N$  dimensioni, e lo indicano con  $E_N$ . Nello spazio  $E_N$  si può sempre immergere un altro

<sup>10</sup> La soluzione si deve a Schwarzschild e altri. Vedi (Einstein 1955, p. 99).

spazio euclideo a  $n$  dimensioni, che indicano con  $E_n$ , con  $n \leq N$  (se  $N = 3$ , come per lo spazio ordinario,  $n$  può solo essere 2, cioè un piano dello spazio, o 3, cioè lo spazio stesso).

Immaginiamo che esista uno “spazio curvo” (che indicheremo con  $C_n$ ), tale che per individuare un suo punto siano sufficienti  $n$  parametri. Per fare un esempio immediatamente intuibile, immaginiamo che  $E_N$  sia lo spazio ordinario e che  $C_n$  sia la superficie della Terra, con  $n = 2$  (longitudine e latitudine).

Supponiamo che si possa fare l’ipotesi che sia sempre possibile stabilire una corrispondenza biunivoca tra i vettori di  $E_n$  e i punti  $Q$  di  $C_n$ . Nel nostro esempio banale, si tratterebbe di rappresentare i punti della superficie terrestre su di un piano (ad esempio il piano tangente al polo nord), come si fa per costruire le carte geografiche polari in proiezione stereografica.

D’altra parte, è sempre possibile stabilire una corrispondenza lineare (invertibile) tra i vettori di  $E_n$  e quelli di un altro sottospazio euclideo  $S_n$  tangente in un determinato punto  $Q$  a  $C_n$  (nel nostro esempio banale, tra i vettori del piano tangente al polo nord e i vettori del piano tangente in un altro punto  $Q$  della superficie della Terra). Si raggiunge un risultato interessante se s’introducono altre due omografie. Indichiamo, intanto, con il simbolo  $\beta$  la trasformazione di cui sopra, che fa passare da  $E_n$  a  $S_n$  (si ricordi che  $E_n$  e  $S_n$  sono sottospazi di  $E_N$ ), e costruiamo un’altra omografia,  $K_\beta$ , tale che, se  $u$  e  $v$  sono due vettori arbitrari di  $E_n$  e di  $S_n$ , rispettivamente, allora si deve avere sempre:  $u \times K_\beta v = v \times \beta u$  (prodotto scalare). Introduciamo un’altra omografia prodotto,  $\alpha = K_\beta \beta$ , che equivale a operare prima con  $\beta$  e, successivamente, con  $K_\beta$  sul vettore già trasformato da  $\beta$ .

Avendo dato tali definizioni, gli autori dimostrano l’identità:  $ds^2 = dQ^2 = dP \times \alpha dP$ , essendo  $dQ$  una variazione infinitesima di un punto  $Q$  di  $C_n$  (nel nostro modello banale coinciderebbe con una variazione nel piano tangente alla terra nel punto  $Q$ ) e  $P$  un punto dello spazio euclideo  $E_n$ .

Quindi gli autori riescono a esprimere il  $ds^2$  in forma assoluta senza bisogno di alcun ricorso alle coordinate. In altre parole, lo spazio curvo assume un aspetto assolutamente oggettivo e cioè indipendente da un qualunque osservatore. Seguiamo il ragionamento degli autori. Se poniamo  $n = 4$ , vediamo subito che il  $C_4$  non può essere lo spazio-tempo che viene ipotizzato nelle usuali interpretazioni della relatività generale. Infatti, se assumiamo che «le proprietà geometriche dello spazio-tempo (cioè la sua metrica) sono determinate dai fenomeni fisici e non sono proprietà invariabili dello spazio e del tempo», come afferma il relativista moderno Landau (Landau, Lifshitz 1976), ne segue che i fenomeni determinerebbero un  $C_4$  che, essendo un elemento geometrico dello spazio euclideo  $E_N$  in cui giace, deve essere indipendente dalla sua rappresentazione analitica (arbitraria) che assume nel particolare  $E_4$  scelto per fare i calcoli con le coordinate, dove tuttavia si presume che si facciano le misurazioni fisiche che dovrebbero determinare  $C_4$ . Si perviene alla conclusione paradossale secondo cui lo spazio-tempo della relatività che è rappresentato da  $E_4$ , dovrebbe determinare lo spazio-tempo curvo assoluto che, invece, matematicamente,



risulta essere  $C_4$ , spazio che, per altro, non viene neanche menzionato dai *relativisti*, nonostante se ne possa dimostrare l'esistenza a partire dai loro stessi assiomi. Insomma, un pasticcio; per cui BB concludono: «les phénomènes physiques se comportent comme si l'espace fixe dans lequel ils se développent était cette fonction (inconnue) de  $E_4$  et de  $\alpha$ , mais on ne peut dire de plus».

Nasce spontanea una domanda: qual è il significato fisico del numero  $N$  delle dimensioni dello spazio in cui è immerso  $C_4$ , ammesso che riuscissimo a conoscerlo? O, ancora e molto più importante, qual è il ruolo di  $C_4$  in Natura? Giacché di entrambe le cose si può, matematicamente, dimostrare l'esistenza!

BB concludono: «la philosophie pourra justifier l'espace-temps de la relativité, mais la mathématique, la science expérimentale et le sens commun ne la justifient pas absolument».

Si potrebbe ancora continuare con altre critiche di BB, tra le quali bisogna annoverare quella alle derivazioni delle equazioni del campo gravitazionale relativistico tramite l'applicazione del principio generalizzato di Hamilton (Palatini 1919); ma preferiamo rinviare il lettore interessato alla lettura diretta dell'opera di BB.

### Bibliografia

- Amata G., Notarrigo S. (1987). *Energia e Ambiente. Una ridefinizione della teoria economica*. Catania: CUECM.
- Aston F.W. (1922). *Isotopes*. London: Edward Arnold & Co.
- Bridgman P.W. (1977). *La logica della fisica moderna*. Torino: Boringhieri.
- Bunge M. (1971). *Problems in the foundations of Physics*, vol. 4. Berlin: Springer.
- Burali-Forti C., Boggio T. (1921). *Meccanica Razionale*. Torino-Genova: S. Lattes & C.
- Burali-Forti C., Boggio T. (1922). “Moti relativi e pendolo di Foucault”. *Rendiconti dell'Istituto Lombardo*, LV, pp. 313-317.
- Burali-Forti C., Boggio T. (1924). *Espace Courbes. Critique de la Relativité*. Torino: Società Tipografica Editrice Nazionale.
- Consoli M., Pluchino A. (2017). *The classical ether-drift experiments an enigma for physics and history of science*, in Fregonese L., Gambaro I. (a cura di), *Atti del XXXIII Convegno annuale della Società Italiana degli Storici della Fisica e dell'Astronomia* (Acireale-Catania-Siracusa 4-7 settembre 2013). Pavia: Pavia University Press.
- Di Mauro P. (1981). *Analisi degli esperimenti del tipo “Michelson e Morley” e loro interpretazione* (Tesi di Laurea in Fisica). Università di Catania.
- Di Mauro P., Pagano A. (2016). *Una nota sulla critica storica alle trasformazioni di Lorentz in relatività speciale*, in Esposito S. (a cura di), *Atti del XXXV Convegno annuale della Società Italiana degli Storici della Fisica e dell'Astronomia* (Arezzo 16-19 settembre 2015). Pavia: Pavia University Press.

- Di Mauro P., Notarrigo S., Pagano A. (1997). "Riesame della teoria di Augusto Righi sull'apparato dell'esperimento di Michelson e Morley". *Quaderni di Storia della Fisica*, 2, pp. 101-110.
- Einstein A. (1905). "Zur Elektrodynamik bewegter Körper". *Annalen der Physik*, 17, pp. 891-921.
- Einstein A. (1916). "Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie". *Annalen der Physik*, 49, pp. 769-822.
- Einstein A. (1955). *Il significato della relatività*, Torino: Einaudi.
- Fabbry C. (1923). "La Théorie de la relativité et le déplacement des raies spectrales produit par le champ de gravitation". *Scientia*, XVII, pp. 149-158.
- Hertz H. (1962). *Electric Waves*. New York: Dover.
- Kennedy H.C. (1983). *Peano. Storia di un matematico*. Torino: Boringhieri.
- Landau L.D., Lifshitz E.M. (1976). *Teoria dei campi*. Roma: Editori Riuniti.
- Laplace P.S. (1995). *Essay philosophique sur les probabilités*. Quatrième édition, vol. 1. Paris: Gabay.
- Marcolongo R. (1914). "Il problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni". *Atti della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche*, 6, pp. 1-76.
- Marcolongo R. (1921). *Relatività*. Messina: Principato.
- Newton I. (1965). *Principi Matematici della filosofia naturale*. Torino: UTET.
- Newton I. (1979). *Opticks*, New York: Dover.
- Pagano A. (2003). "Probabilità: assiomatiche a confronto". *Giornale di Fisica*, 43 (4), pp. 251-256.
- Palatini A (1919). "Deduzione invariante delle equazioni gravitazionali dal principio di Hamilton". *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, XLIII, pp. 203-212.
- Poincaré H. (1906). "Sur la dynamique de l'électron". *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 21, pp. 129-176.
- Righi A. (1919). "L'esperienza di Michelson e la sua interpretazione". *Memorie della Reale Accademia di Bologna*, 7 (6), pp. 37-54.
- Sciama D.W. (1979). *La relatività generale, Fondamenti fisici della teoria*. Bologna: Zanichelli.
- Stern T.E. (1960). *An introduction to Celestial Mechanics*. London: Interscience.
- Voigt W. (1887). "Über das Doppler'sche Princip". *Nachrichten der Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 8, pp. 41-51.